

Fundamentos Matemáticos de la Informática II  
Ejercicios

**Hoja 6 - Determinantes**

1. Calcular el determinante de cada una de las siguientes matrices:

$$\begin{array}{lll} a) \begin{pmatrix} a+bi & a-bi \\ a-bi & a+bi \end{pmatrix} & c) \begin{pmatrix} 1+i & -1 \\ i & 1 \end{pmatrix} & e) \begin{pmatrix} \cos a + i \sin a & 1 \\ 1 & \cos a + i \sin a \end{pmatrix} \\ b) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1+i \\ 0 & 1 & i \\ 1-i & -i & 1 \end{pmatrix} & d) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & x^2 \end{pmatrix} & f) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{pmatrix} \end{array}$$

2. Determinar los valores reales de  $x$  tales que el determinante de la matriz  $A$  es cero:

$$a) A = \begin{pmatrix} x+2 & 1 & 1 \\ x & x-1 & 1 \\ x+1 & 0 & x+1 \end{pmatrix} \quad b) A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ x+1 & 2 & x+3 & 4 \\ 1 & x+3 & x+4 & x+5 \\ 1 & -3 & -4 & -5 \end{pmatrix}$$

3. Determinar si las siguientes afirmaciones son ciertas o no, y probar por qué:

$$\begin{array}{l} a) \text{ No existe ningún número real } x \text{ tal que } \det \begin{pmatrix} x^2+7 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & x^2+8 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & x^2+9 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & x^2+10 \end{pmatrix} = 0. \\ b) \text{ } x = -1 \text{ es el único número real tal que } \det \begin{pmatrix} x+2 & 1 & 1 \\ x & x-1 & 1 \\ x+1 & 0 & x+1 \end{pmatrix} = 0. \\ c) \text{ Si } a = -b, \text{ entonces } \det \begin{pmatrix} a^2 & ab & ab & b^2 \\ ab & a^2 & b^2 & ab \\ ab & b^2 & a^2 & ab \\ b^2 & ab & ab & b^2 \end{pmatrix} = 0. \end{array}$$

4. Calcular  $\det(A_n + \lambda I_n)$ , siendo  $\lambda \in \mathbb{R}$  y

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

5. Calcular el determinante de la matriz

$$Q_{n,a} = \begin{pmatrix} x^2+a+1 & 2 & \cdots & j & \cdots & n \\ 1 & x^2+a+2 & & \vdots & & \vdots \\ \vdots & 2 & \ddots & \vdots & & \vdots \\ 1 & 2 & \cdots & x^2+a+j & \cdots & n \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 2 & \cdots & j & \cdots & x^2+a+n \end{pmatrix}.$$

6. Determinar de qué tipo es y calcular las soluciones del siguiente sistema de ecuaciones:

$$\left. \begin{array}{lcl} x-y+z & = & 0 \\ x+y & = & 0 \\ 3x & -t & = 0 \end{array} \right\}$$