

Fundamentos Matemáticos de la Informática II  
Ejercicios

**Hoja 2 - Relaciones binarias**

1. Determinar si las siguientes relaciones binarias definidas en el conjunto de los números enteros tienen las propiedades reflexiva, simétrica, antisimétrica, transitiva o conexa.

a)  $a R b \Leftrightarrow a \leq b$ .

c)  $a R b \Leftrightarrow a^2 + a = b^2 + b$ .

b)  $a R b \Leftrightarrow a < b$ .

d)  $a R b \Leftrightarrow a < |b|$ .

2. Sean  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  y  $R = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 3), (4, 4)\}$ . Demostrar que  $R$  es una relación de equivalencia en  $A$ . Calcular el conjunto cociente.
3. Sea  $R$  la relación binaria definida en el conjunto  $\mathbb{C}$  de los números complejos de la siguiente manera:

$$a + ib R a' + ib' \Leftrightarrow a \leq a' \text{ y } b \leq b'.$$

Comprobar que  $R$  es una relación de orden parcial, pero no de orden total.

4. Comprobar que las siguientes relaciones binarias son de equivalencia, hallar como es la clase de un elemento genérico y describir el conjunto cociente:

a) En  $\mathbb{R}$ :  $x \sim x' \Leftrightarrow \lfloor x \rfloor = \lfloor x' \rfloor$

c) En  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ :  $(a, b) \sim (a', b') \Leftrightarrow a - a' = b - b'$

b) En  $\mathbb{R}$ :  $x \sim x' \Leftrightarrow \arctan x = \arctan x'$

d) En  $\mathbb{N}$ :  $x \sim x' \Leftrightarrow \lfloor \sqrt{x} \rfloor = \lfloor \sqrt{x'} \rfloor$

5. Comprobar que las siguientes relaciones binarias son de equivalencia, hallar como es la clase de un elemento genérico y describir el conjunto cociente:

a) Sea  $\text{Hom}(A, B)$  el conjunto de las aplicaciones de  $A$  en  $B$ . Si  $f, g \in \text{Hom}(A, B)$ , entonces  $(f \sim g \Leftrightarrow \text{Im } f = \text{Im } g)$ .

b) Sea  $A$  un subconjunto de  $X$ . Si  $E, F \in \mathcal{P}(X)$ , entonces  $(E \sim F \Leftrightarrow E \cap A = F \cap A)$ .

c) Si  $(x, y), (x', y') \in \mathbb{R}^2$ , entonces  $((x, y) \sim (x', y') \Leftrightarrow x^2 + y^2 = (x')^2 + (y')^2)$ .

6. Una relación binaria  $R$  en un conjunto  $A$  se dice que es circular si  $c R a$  cuando  $a R b$  y  $b R c$ . Probar que una relación binaria  $R$  es de equivalencia si, y sólo si es reflexiva y circular.