

Fundamentos Matemáticos de la Informática II

Ejercicios

Hoja 5 - Matrices

1. Calcular las matrices asociadas a las siguientes aplicaciones lineales respecto a las bases B y B' que se proponen:

$$\begin{array}{ll} a) \quad g : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3 & b) \quad h : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^4 \\ (a, b, c) \longmapsto (a+b, a+c, b+c) & (a, b, c) \longmapsto (a-b, b-c, c-a, 3a-2b-c) \\ B = \{(1, 0, 0), (1, 1, 0), (1, 1, 1)\} & B = \{(1, 1, 0), (0, 1, 1), (1, 0, 1)\} \\ B' = \{(1, 1, 0), (0, 1, 1), (1, 0, 1)\} & B' = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 1, 0), (0, 0, 1, 1), (1, 0, 0, 1)\}. \end{array}$$

2. Sean V, W espacios vectoriales reales y $f : V \longrightarrow W$ una aplicación lineal cuya matriz asociada a las bases $B_V = \{e_1, e_2\}$ y $B_W = \{u_1, u_2, u_3\}$ es

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Calcular una base de $\text{Ker } f$ y de $\text{Im } f$.

3. Sea $f : V \longrightarrow W$ una aplicación lineal entre espacios vectoriales reales cuya matriz asociada a las bases $B_V = \{e_1, e_2, e_3\}$, $B_W = \{u_1, u_2, u_3\}$ es

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \\ -3 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Calcular el rango de f . ¿Es f un isomorfismo ?

4. Calcular el rango de las siguientes matrices :

$$\begin{array}{lll} a) \quad A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -1 & 0 & 2 \\ 1 & 6 & 3 & -1 \\ 0 & -2 & 1 & -1 \end{pmatrix} & b) \quad B = \begin{pmatrix} -i & 2+i \\ 3 & -3+6i \\ 0 & 5 \end{pmatrix} & c) \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & -1 \\ -1 & 3 & 2 & 0 \\ -3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & -1 \end{pmatrix} \end{array}$$

5. ¿Está la matriz A asociada a algún isomorfismo de \mathbb{R} -espacios vectoriales en cada uno de los casos siguientes?:

$$\begin{array}{lll} a) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix} & b) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 5 & 5 \\ 7 & -4 & 10 \end{pmatrix} & c) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \end{array}$$

6. Determinar si las siguientes matrices son o no matrices de cambio de base en el \mathbb{R} -espacio vectorial V . En caso afirmativo, determinar la base B tal que $A = M_B^{B'}(id_V)$, sabiendo que $B' = \{e_1, e_2, e_3\}$.

$$\begin{array}{ll} a) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}. & b) \quad A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \end{array}$$