

Curva de crecimiento

- Describe la dependencia de W_λ con el número de átomos (iones) absorbentes, N_s
- Líneas ópticamente delgadas: $W_\lambda \propto N_s$ (parte lineal)
- Según aumenta N_s , el núcleo (doppler) se satura y las alas se hacen más intensas con un cambio pequeño de W_λ . Se origina un plateau: $W_\lambda \propto (\ln N_s f)^{1/2}$
- Finalmente, ensanchamiento colisional contribuye en las alas: $W_\lambda \propto (N_s \gamma f)^{1/2}$. Parte de amortiguamiento ("damping o square root")

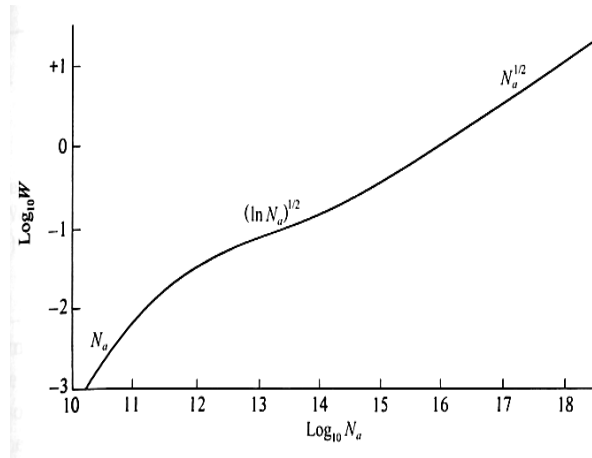


Figura 1: Curva de crecimiento de la línea K de CaII

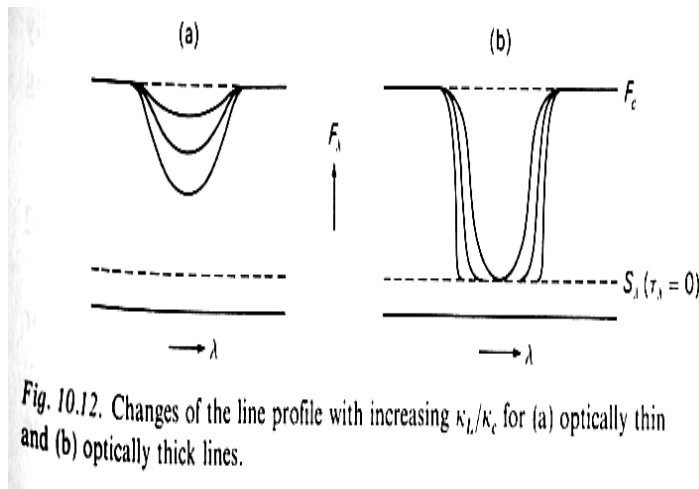


Fig. 10.12. Changes of the line profile with increasing κ_L/κ_c for (a) optically thin and (b) optically thick lines.

W_λ para líneas delgadas

$$W_\lambda = \int_L R_\lambda d\lambda = \int_L (1 - F_\lambda/F_c) d\lambda \quad (1)$$

Tomamos como referencia $\tau = 2/3$.

- La profundidad óptica a la λ de la línea

$$\tau_\lambda = \tau_L + \tau_c$$

– τ_c = continuo; τ_L = línea propiamente dicha

- Líneas débiles: $\kappa_L \ll \kappa_c \rightarrow$ capa $\tau_\lambda = 2/3$ cercana a capa $\tau_c = 2/3$.

Desarrollo de Taylor de $B_\lambda(T)$ en $\tau_c = 2/3$:

$$B_\lambda(\tau_\lambda = 2/3) = B_\lambda(\tau_c = 2/3) - \left(\frac{dB_\lambda}{d\tau_c}\right)_{\tau_c=2/3} \Delta\tau_c = B_\lambda(\tau_c = 2/3 - \Delta\tau_c) \quad (2)$$

$$\frac{\tau_\lambda}{\tau_c} = \frac{\kappa_\lambda}{\kappa_c} \quad ; \quad \tau_c = \tau_\lambda \frac{\kappa_c}{\kappa_c + \kappa_L} \quad (3)$$

– *Nota: La capa de la línea es más alta que la del continuo. T es más baja, B_λ disminuye*

En (2) $\tau_\lambda = 2/3$ se corresponde con $\tau_c = 2/3 - \Delta\tau_c$:

$$\tau_c = \frac{2}{3} \left(\frac{\kappa_c}{\kappa_c + \kappa_L} \right) = \frac{2}{3} - \Delta\tau_c \quad (4)$$

– En nuestro caso ($\kappa_L/\kappa_c \ll 1$):

$$\frac{\kappa_c}{\kappa_c + \kappa_L} \approx 1 - \frac{\kappa_L}{\kappa_c} \quad ; \quad \tau_c = \frac{2}{3} \left(1 - \frac{\kappa_L}{\kappa_c} \right) = \frac{2}{3} - \Delta\tau_c \quad ; \quad \Delta\tau_c = \frac{2}{3} \frac{\kappa_L}{\kappa_c} \quad (5)$$

La profundidad de la línea:

$$R_\lambda = \frac{F_c - F_\lambda}{F_c} = \frac{B_\lambda(\tau_c = 2/3) - B_\lambda(\tau_\lambda = 2/3)}{B_\lambda(\tau_c = 2/3)}$$

$$\frac{B_\lambda(\tau_c = 2/3) - B_\lambda(\tau_c = 2/3) + \left(\frac{dB_\lambda}{d\tau_c}\right)_{\tau_c=2/3} \frac{2}{3} \frac{\kappa_L}{\kappa_c}}{B_\lambda(\tau_c = 2/3)} \quad (6)$$

$$R_\lambda = \frac{2}{3} \frac{\kappa_L}{\kappa_c} \frac{d \ln B_\lambda}{d\tau_c} \Big|_{\tau_c=2/3} \quad (7)$$

(7) expresa que la profundidad de la línea depende de:

- i) el coeficiente de absorción de la línea
- ii) la absorción del continuo
- iii) gradiente de la función fuente

• *Interpretación:*

$$R(\lambda) = 1 - \frac{F_\lambda}{F_{\lambda_0}} = 1 - (1 - \tau_\lambda) = \tau_\lambda = \kappa_L H_{eff}$$

$$H_{eff} = \frac{2}{3} \frac{1}{\kappa_c} \left(\frac{d \ln B_\lambda}{d\tau_c} \right)_{\tau_c=2/3} \quad (8)$$

– H_{eff} se puede interpretar como la altura efectiva de la atmósfera con respecto a la línea de absorción

La anchura equivalente se puede expresar como:

$$\begin{aligned}
 W_\lambda &= \int_L R_\lambda d\lambda = \frac{2}{3} \frac{1}{\kappa_c} \frac{d \ln B_\lambda}{d\tau_c} \int_L \kappa_L d\lambda \\
 &= \frac{2}{3} \frac{1}{\kappa_c} \frac{d \ln B_\lambda}{d\tau_c} N_s \int_L \kappa_L (atomo) d\lambda \\
 W_\lambda &= C N_s \lambda^2 \frac{\pi e^2}{m c^2} f_s = C' \lambda^2 N_s f_s
 \end{aligned} \tag{9}$$

- s indica los números cuánticos de los niveles de la transición
- (9) indica que W_λ es proporcional al número de átomos absorbentes y la fuerza del oscilador

Usando Boltzmann ($N_s = N_0 \frac{g_s}{g_0} e^{-\chi_s/kT}$):

$$W_\lambda \propto \frac{N_0}{g_0} g_s f_s \lambda^2 e^{-\chi_s/kT} \tag{10}$$

\Rightarrow Midiendo W_λ del espectro estelar, $g_s f_s$ del laboratorio y χ_s , y T_* se puede determinar N_0/g_0 y finalmente N_0 (número de átomos o iones que producen la línea)

Mejor determinación de T_* : posiblemente directamente a partir del estudio de dos líneas que se originan a partir de dos niveles de energía con potenciales de excitación diferentes (temperatura de excitación)

Nota: líneas con $W_\lambda > 15 \text{ m}\text{\AA}$ no son estrictamente ópticamente delgadas

Líneas ópticamente gruesas

Hemos visto que $\kappa_L \ll \kappa_c$ (caso delgado): $R \propto \kappa_\lambda / \kappa_c$ (Figura izquierda)

Caso ópt. grueso: $\kappa_\lambda / \kappa_c \approx 1$ o $\kappa_\lambda / \kappa_c > 1$ (Figura derecha)

- Líneas alcanzan una profundidad máxima (R no puede ser mayor que 1).
- La intensidad en el centro de la línea dada por la función fuente: $S_\lambda(\tau = 2/3)$.
- Para $\kappa_\lambda / \kappa_c \rightarrow \infty$ (líneas muy gruesas) intensidad en el centro de la línea: $S_\lambda(\tau_c = 0)$.
- En este caso, en LTE, $S_\lambda(\tau_c = 0) = B_\lambda(\tau_c = 0) \neq 0$, ya que $T(0) \neq 0$.
- En las alas (ópt. delgadas), $R \propto \kappa_\lambda / \kappa_c$, la línea se hace más ancha con pendiente muy pronunciada. El aumento de W_λ es pequeño, pero da un ensanchamiento adicional que puede ser confundido (si rotación es elevada o el perfil instrumental es ancho).

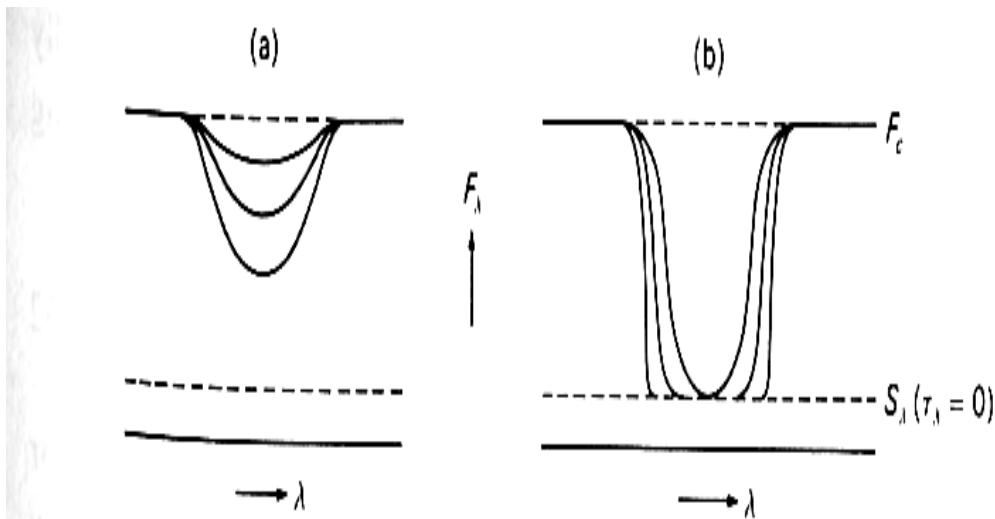


Fig. 10.12. Changes of the line profile with increasing κ_L/κ_c for (a) optically thin and (b) optically thick lines.

Determinación curva de crecimiento

Curva de crecimiento: a partir de W_λ estima número de átomos y composición química de la atmósfera estelar.

La absorción total en una línea está dada por:

$$W_\lambda = \int_L \frac{F_c - F_\lambda}{F_c} = \int_L R_\lambda d\lambda$$

Para el caso delgado: eq. 7

Para describir todo el perfil grueso necesitamos una interpolación de R_λ para la parte ópticamente delgada, es decir las alas (de nuevo eq. 7).

$$R_\lambda = \frac{2}{3} \frac{\kappa_L}{\kappa_c} \frac{d \ln B_\lambda}{d\tau_c} \Big|_{\tau_c=2/3}$$

y para la parte ópticamente gruesa, su R_λ límite es:

$$R_{\lambda_0} = \frac{F_c - S_\lambda(0)}{F_c} \quad (11)$$

El método que seguimos es el siguiente (Minnaert):

– Introducimos

$$X(\lambda) = \frac{2}{3} \frac{\kappa_L(\lambda)}{\kappa_c} \frac{d \ln B_\lambda}{d\tau_c} \quad (12)$$

– Con la derivada en $\tau_c = 2/3$ y $\kappa_L(\lambda_0) = \frac{\sqrt{\pi}e^2}{mc^2} \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda_D} N_s f$ ($N_s = n$. átomos absorbentes)

• Para líneas ópt. delgadas: $R_\lambda = X(\lambda)$

• Para líneas ópt. gruesas: $R_{\lambda_0} \ll X(\lambda_0)$. De hecho, $X(\lambda_0)$ puede ser $\gg 1$, mientras que R_λ no puede mayor que 1. De otra forma:

$$X(\lambda) \gg 1 \rightarrow R_\lambda(\lambda) \ll X(\lambda)$$

De esta forma, la expresión:

$$R_\lambda = \frac{1}{\frac{1}{X(\lambda)} + \frac{1}{R_{\lambda_0}}} \quad (13)$$

da una buena aproximación al perfil de la línea

- Para líneas ópt. gruesas ($\kappa_L/\kappa_c \gg 1$):

$$\begin{aligned} \rightarrow X(\lambda) \gg 1, X(\lambda) \gg R_{\lambda_0} &\rightarrow \frac{1}{X(\lambda)} \ll \frac{1}{R_{\lambda_0}} \\ &\Rightarrow R_\lambda = R_{\lambda_0} \end{aligned}$$

- Para líneas ópt. delgadas ($X(\lambda)$ pequeño):

$$\begin{aligned} \rightarrow \frac{1}{X(\lambda)} \ll \frac{1}{R_{\lambda_0}} \\ &\Rightarrow R_\lambda \sim X(\lambda) \end{aligned}$$

Para un perfil Doppler:

$$X(\lambda) = X(\lambda_0 + \Delta\lambda) = X(\lambda_0)e^{-(\Delta\lambda/\Delta\lambda_D)^2} \quad (14)$$

– con

$$X(\lambda_0) = \frac{\sqrt{\pi}e^2}{mc^2} \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda_D} N_s f H_{eff} \quad (15)$$

– Lo anterior suministra un método para calcular la integral

$$W_\lambda = \int_L R_\lambda d\lambda = \int_L \frac{1}{\frac{1}{X(\lambda)} + \frac{1}{R_{\lambda_0}}} d\lambda$$

– es decir, tenemos una relación entre W_λ y $X(\lambda_0)$, $\Delta\lambda_D$ y R_{λ_0}

La relación entre W_λ y $X(\lambda_0)$ se llama curva de crecimiento. Para un perfil Doppler depende de dos parámetros: R_{λ_0} y $\Delta\lambda_D$

Forma de la curva de crecimiento

Curva de crecimiento describe como W_λ depende de $X(\lambda_0)$:

– Ya que $X(\lambda_0) \propto N_s \rightarrow$ equivale a como W_λ depende de N_s que absorben en una línea para un κ_c y un $d \ln B_\lambda / d\tau_c$.

• Para líneas ópt. delgadas:

$$R_\lambda \propto \kappa_L / \kappa_c \propto N_s \Rightarrow \int R_\lambda d\lambda = W_\lambda \propto N_s$$

• Para líneas ópt. gruesas: W_λ crece más lentamente - no se añade absorción en el centro de la línea:

$$W_\lambda \propto \sqrt{\ln X(\lambda_0)} \propto \sqrt{\ln N_s f} \quad (16)$$

– Es la parte plana de la curva

• Para el caso muy grueso ($X(\lambda_0)$ muy grande) incluso las alas del amortiguamiento se vuelven visibles. En este caso:

$$W_\lambda \propto \sqrt{N_s \gamma f} \quad (17)$$

La extensión de la parte plana depende de la razón $\alpha = \gamma / (2\Delta\lambda_D)$ (función de Voigt)

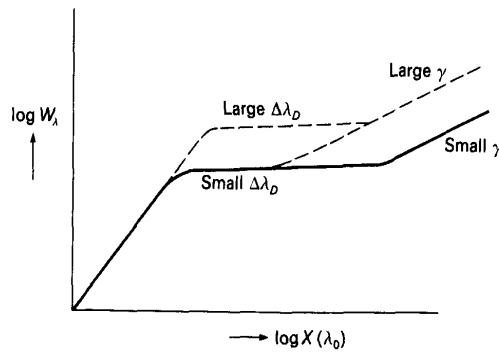


Figura 2: Esquema de curva de crecimiento para valores distintos de la anchura Doppler y de la constante de amortiguamiento.